



École Doctorale Mathématique et Informatique

Titre: Contrôlabilité exacte de l'équation de la chaleur par profil stratégique

Auteur: Mame Libasse Laye Ane

Soutenu le 11 Juin 2022 à 9h

Résumé:

Un système de contrôle est un système dynamique sur lequel on peut agir au moyen d'une commande ou contrôle. La théorie du contrôle analyse les propriétés de ce système dans le but de l'amener d'un état initial donné à un certain état final, en respectant éventuellement certains critères: c'est l'étape de la réalisation de la commande. Les systèmes abordés sont multiples et leurs origines très diverses.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à quelques aspects de l'équation de la chaleur: notamment la contrôlabilité à zéro de l'équation de la chaleur associée à un actionneur stratégique, le temps minimal de contrôlabilité à zéro de l'équation de la chaleur, ainsi qu'à un problème inverse lié à l'équation de la chaleur.

- Nous avons rappelé en premier les notions d'actionneurs stratégiques dont on a donné quelques exemples. Puis, nous avons défini deux nouveaux espaces de Hilbert et leur norme associée. Ensuite, nous nous sommes intéressés à une nouvelle méthode pour obtenir la contrôlabilité exacte de l'équation de la chaleur 1D, toujours en utilisant les notions d'actionneurs stratégiques dans les nouveaux espaces précédemment définis.

Ensuite, nous avons montré par une nouvelle approche la contrôlabilité exacte interne de l'équation de la chaleur en dimension quelconque toujours en utilisant les actionneurs stratégiques et actionneurs zones stratégiques. Et pour cela, on a construit un opérateur linéaire, continue et surjectif directement à partir du système.

- Nous avons ensuite calculer le temps minimal de contrôlabilité à zéro de l'équation de la chaleur en une dimension par profil stratégique. Pour atteindre cet objectif, nous avons dans un premier temps rappeler la définition de l'indice de condensation, qu'ainsi qu'à l'existence d'une famille bi-orthogonale d'exponentielles dans $L^2(0, T; \mathbb{C})$. Et pour finir, nous avons étudié la contrôlabilité à zéro de l'équation de la chaleur dans les nouveaux espaces que nous avons déjà définis dans les chapitres précédents.

Dans un second temps nous avons utilisé une autre technique à savoir les "crochets de dualité" pour calculer le temps minimal de contrôlabilité à zéro de l'équation de la chaleur.

- En dernier, on s'est intéressé à un problème inverse de l'équation de la chaleur. On a considéré une équation de la chaleur avec une condition de type Dirichlet homogène sur tout le bord, mais dont la condition initiale est inconnue. A la place, on dispose d'une condition supplémentaire de type Neumann sur une partie du bord. On a ensuite proposé une méthode d'approche de problèmes à données manquantes ou inverses de cette condition initiale inconnue.

Mots-clés: contrôlabilité à zéro, équation de la chaleur, actionneurs stratégiques, temps minimal, problème inverse.