[1]

L'ESPRIT SCIENTIFIQUE ET SES COMPOSANTES

SERIGNE ALIOU LO

L'insuccès dans les disciplines mathématiques (surtout à l'époque actuel) nous amène à nous poser les questions suivantes : " naît-on mathématicien ? Ou le mathématicien est-il un produit social ? ".

Nous devons nous positionner par rapport à cette question vu le rôle que doit jouer l'enseignement des mathématiques dans les attentes de notre société à l'égard de l'école dont l'une des missions est de donner à la majorité des jeunes, les outils qui leur assureront une insertion sociale et professionnelle.

On pense assez souvent que la réussite dans les disciplines à support mathématique vient de ce que certains d'entre nous ont une sorte de don et des " facilités " qu'on appelle " l'esprit scientifique".

Avant d'aborder ce concept et ce support de la pensée active, je trouve utile voire indispensable de rappeler ces quelques mots de Bachelard dans " la formation de la pensée scientifique " : "Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. Rien ne va de soi, rien n'est donné, tout est construit ."

Puisque tout se construit, nous allons essayer de dégager et d'analyser les composantes qui favorisent cet esprit scientifique qui en est l'élément actif.

Nous distinguons dans son constituant des qualités générales et des aptitudes spécifiques.

A. Les qualités générales

Elles favorisent l'esprit mathématique et se décomposent en facteurs extrinsèques, en facteurs intrinsèques et de qualités morales.

Les facteurs extrinsèques proviennent essentiellement de la bonne initiation aux Mathématiques. La plupart des insuccès en ce domaine ont pour cause directe une mauvaise initiation.

La mathématique se nourrit de problèmes concrets qu'elle aide à résoudre. Elle vient en secours à l'humanité pour écarter les obstacles qui se dressent sur son chemin. Si l'on veut intéresser le plus grand nombre possible d'esprits à cet incomparable outil qu'est la mathématique et si l'on veut qu'ils soient capables de l'utiliser, il est bon de leur montrer dès l'abord comment elle agit dans la vie de tous les jours.

1. Serigne Aliou est décédé le 13 août 2016.

La mathématique ne doit pas avoir pour point de départ un ensemble de théorèmes, mais au contraire, un ensemble de situations. Une période de découverte, de création, d'erreurs, de tâtonnements et de compris est nécessaire avant d'obtenir les premiers résultats. Le processus d'abstraction en mathématique commence par l'étude de situations concrètes, d'exemples, puis l'on découvre des structures que l'on utilise pour résoudre les problèmes.

La vérité mathématique ne s'impose pas, elle se découvre. Cette formule explique comment dès les premières années de l'enseignement des mathématiques, les élèves qui prennent l'habitude de passivité devant l'enchaînement progressif et constructif des théorèmes et des déductions, seront condamnés à être toujours débordés par ce qu'ils apprennent : en effet, ils seront tentés de faire appel à leur mémoire pour retrouver les démonstrations et, comme la mémoire peut faillir, ils perdront pied, ou étendront aux mathématiques les défaillances qu'ils ont pu acquérir par ailleurs pour leur mémoire.

Nous notons que la mathématique a son langage et ce langage s'apprend. Elle utilise des concepts et des symboles, dont la connaissance constitue l'essentiel de l'adaptation aux mathématiques et permet le développement de la réflexion personnelle ultérieure en accord avec la réflexion d'autrui.

A cet égard les définitions doivent être apprises et comprises sous leur aspect analytique aussi bien que sous leur forme génétique parce que toute la suite des théorèmes repose sur elles. Il en va de même pour les signes et les symboles dont l'ignorance paralyse la lecture même (exemple $10^{-3}, 2^{-3}, |a|$).

Les facteurs intrinsèques favorisent l'esprit humain et ils sont au nombre de deux : la méthode et l'imagination.

La méthode

Toute démonstration nécessite le souvenir de théorèmes acquis, mais ces théorèmes sont des puissances indispensables à la démonstration actuelle plutôt que des images - souvenirs qu'on s'efforce de retrouver.

Descartes, le créateur de la géométrie analytique, a bien montré que l'essentiel de l'esprit mathématique et de la réussite dans ce domaine tenait dans ce seul impératif : la méthode.

Les mathématiques exigent un entrainement à procéder par ordre et à raisonner.

L'imagination

La rigueur du raisonnement mathématique semble exclure l'imagination et l'abstraction même des symboles et des rapports contredit l'image toujours concrète et particulière : en fait l'imagination est indispensable parce que :
– premièrement, elle est la pensée des possibilités ; elle parcourt en un instant et explore les issues possibles et les combinaisons réalisables.
– deuxièmement, elle permet la représentation mentale dans l'espace des objets sur lesquels

portent les calculs. On dit assez souvent qu'une figure bien faite est un problème à moitié résolu.

Les facteurs moraux

Les facteurs moraux de l'esprit mathématique sont ***la persévérance et la confiance en soi.***

• La persévérance est l'aspect moral de la méthode. Elle est d'abord dans l'entrainement de l'attention volontaire, elle est aussi dans le refus des solutions faciles et enfin dans le courage d'apprendre, de recommencer, de remonter aussi loin qu'il le faut, de mener, de chercher patiemment malgré les premiers échecs.

• La confiance en soi consiste, d'une part dans le refus du découragement, d'autre part, dans cette certitude intime qu'il y a une solution et que la raison va la trouver, enfin dans la confiance envers l'adéquation du réel et de la pensée, envers la puissance indéfinie de résolution et de réalisation que recèle la pensée mathématique.

Tout ce qui vient d'être dégagé suffit à faire ôter toute excuse aux esprits découragés par les mathématiques.

B- Aptitudes particulières de l'esprit scientique

Notons que l'esprit mathématique proprement dit comprend deux aptitudes particulières que sont la créativité dans le raisonnement et l'intuition.

L'invention dans le raisonnement mathématique

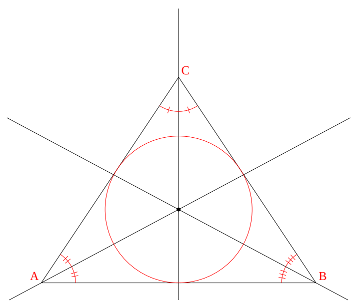
Le raisonnement est considéré ici comme aptitude et non pas directement du point de vue de la logique des mathématiques. L'art de raisonner mathématiquement est un art particulier, car le raisonnement mathématique n'a pas grand-chose à voir avec le raisonnement ordinaire. Il est rigoureux comme un syllogisme, mais il requiert une inventivité qui le rend fécond sans doute mais qui explique la " fermeture aux mathématiques " de certains esprits.

On constate que dans les efforts de solution d'un problème un peu compliqué, l'étudiant déduit, calcule, transforme en tenant compte des règles, en évitant les erreurs de calcul et d'application, donc en étant rigoureusement logique et cependant peut ne pas aboutir ; alors les calculs s'alignent et s'allongent, reprennent, et la solution n'apparaît pas ; tout est juste, en un sens, puisque les calculs sont exacts du point de vue du raisonnement, et tout est faux, en un autre sens, puisque les calculs ne mènent à rien. Une telle situation est la manifestation d'une absence de créativité dans l'orientation de la déduction ou d'une compréhension incomplète du problème étudié.

De même dans la résolution de problèmes, l'application des théorèmes n'est pas souvent immédiate ; pour montrer que les conditions d'applications d'un théorème sont satisfaites, on est amené à établir des relations subtiles et à faire des calculs fins, pour découvrir les implications, non évidentes, des hypothèses. Une propriété peut se présenter sous plusieurs formes (algébrique, géométrique, analytique), le choix de la forme appropriée est alors déterminant pour arriver au résultat, avec un effort minimal.

En ce qui concerne l'invention dans le choix du type de démonstration, nous signalons qu'il y a plusieurs types de démonstrations : celle qui suppose le problème résolu, celle qui construit directement la solution, celle qui résout par l'absurde.

On dit couramment que l'élève qui cherche la démonstration du théorème " point d'intersection des bissectrices d'un triangle " sans penser à commencer par l'hypothèse du problème résolu et par le tracé du cercle inscrit perd son temps en déductions rigoureuses et inutiles.



Il est indispensable de signifier l'importance de l'invention dans l'idée des " auxiliaires " et des astuces de la démonstration. Il en est de même pour les " lignes auxiliaires " utilisées en géométrie : pour démontrer que les trois angles d'un triangle sont égaux, il faut commencer par tracer une droite parallèle au côté passant par le sommet de l'angle opposé à la base. L'usage d'astuces simplifie quelques fois les calculs et les démonstrations ; par exemple, pour calculer la somme des n premiers nombres d'une progression arithmétique, il faut penser à faire la double somme en prenant les deux progression en sens inverse :

$$\begin{aligned} S &= a + (a + r) + (a + 2r) + \cdots + (a + nr) \\ S &= (a + nr) + [a + (n - 1)r] + \cdots + a. \end{aligned}$$

Ainsi par tous ces aspects, le raisonnement mathématique implique une invention constante. Toutes ces inventions requièrent plus que le simple raisonnement. On a donc tort de dire que les mathématiques sont la science du raisonnement pur et qu'elles sont seulement " affaire de réflexion ".

L'intuition mathématique

Pour ce qui est de l'intuition mathématique, il ne s'agit plus ici de l'imagination mathématique (facteur extrinsèque) mais de l'intuition intellectuelle telle que le requiert cette science :

– *L'intuition dans l'invention*

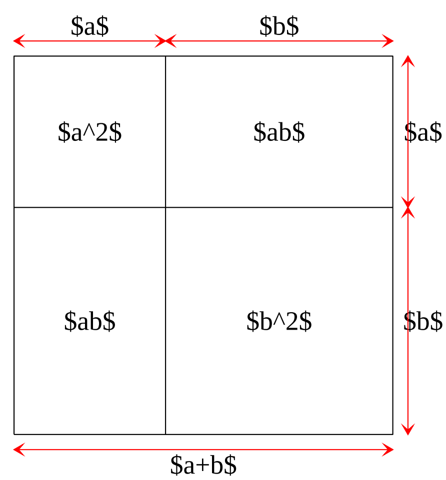
Toutes les espèces d'inventions nécessaires au " raisonnement mathématique " impliquent une intuition. Il faut au sujet qui raisonne une " idée " de conclusion pour lui permettre d'orienter le raisonnement, de choisir la démonstration efficace, de penser aux " astuces " et aux " auxiliaires ".

– L'intuition dans les jugements synthétiques qui consistent à mettre en rapport deux termes séparés dans les données du problème, ou à apercevoir des relations nouvelles.

– l'intuition sensible pour éclairer les démonstrations simples est inspirée par une figure ou un exemple. Dans le deuxième livre d'Euclide, on trouve l'identité

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

formulée de la façon suivante : " si une droite est coupée à volonté, le carré de la droite entière est égal aux carrés des segments et à deux fois le rectangle contenu sous les deux segments ".



– L'intuition prolongée qui dépasse le point de vue sensible : une tendance à percevoir spontanément des relations s'installe ; l'esprit mathématique va y découvrir soit des équivalences de problèmes, soit des catégories d'êtres mathématiques soumis, malgré leur différence de nature, aux mêmes règles. Sans elle, les diverses ramifications de l'algèbre n'auraient sans doute pas vu le jour. Elle opère selon des thèmes d'unification c'est-à-dire à l'intérieur d'un certain type de panorama mathématique comme la géométrie euclidienne, la géométrie de Lobatchewskky, la théorie des groupes.

CONCLUSION

La réussite en mathématiques n'est pas réservée à ceux qui " supposément " possèdent la fameuse " bosse des maths ", mais elle est davantage attribuée à l'effort fournie et à la pertinence des méthodes de travail utilisées. Le processus " enseignement-apprentissage

" des mathématiques doit viser à accroitre la connaissance et développer l'habileté de la pensée. Il est difficile d'acquérir l'une sans faire aucun progrès dans l'autre.

Département de Mathématiques et Informatique, Faculté des Sciences et Techniques, Université Cheikh Anta Diop de Dakar